



## INTRODUÇÃO A ANÁLISE REAL

Irene Magalhães Craveiro  
Lilian Akemi Kato  
Jader Otavio Dalto  
Rafael Monteiro dos Santos

Campo Grande, MS - 2011

# SUMÁRIO

|                              |   |
|------------------------------|---|
| Informações sobre o material | 5 |
| Prefácio                     | 7 |

## CAPÍTULO I

|                     |   |
|---------------------|---|
| Conjuntos e Funções | 9 |
|---------------------|---|

|                                             |    |
|---------------------------------------------|----|
| 1. Introdução                               | 11 |
| 2. Conjuntos                                | 12 |
| 3. Funções                                  | 18 |
| 4. Apêndice: Relações Binárias e Aplicações | 26 |

## CAPÍTULO II

|               |    |
|---------------|----|
| Números Reais | 31 |
|---------------|----|

|                                                    |    |
|----------------------------------------------------|----|
| 2. Módulo de um Número Real                        | 39 |
| 2.1 Supremo e Ínfimo em conjuntos de Números Reais | 43 |

## CAPÍTULO III

|                                      |    |
|--------------------------------------|----|
| Sequências e Séries de Números Reais | 49 |
|--------------------------------------|----|

|                                                    |    |
|----------------------------------------------------|----|
| 3.1 Introdução                                     | 51 |
| 3.2 Definições e Propriedades                      | 52 |
| 3.3. Limite de uma Sequência                       | 54 |
| 3.4 Sequências Limitadas                           | 59 |
| 3.5 Sequências Monótonas                           | 62 |
| 3.6 Subsequências                                  | 63 |
| 3.7 Critério de Convergência de Cauchy             | 66 |
| 3.8 Séries Numéricas                               | 72 |
| 3.9 Critérios de Convergências de Séries Numéricas | 79 |

|                                                       |    |
|-------------------------------------------------------|----|
| 3.10 Séries Alternadas                                | 81 |
| 3.11 Convergência Absoluta, Testes da Raiz e da Razão | 82 |

## CAPÍTULO IV

|                   |    |
|-------------------|----|
| Topologia da Reta | 92 |
|-------------------|----|

|                          |     |
|--------------------------|-----|
| 4.1 Introdução           | 93  |
| 4.2 Conjuntos Abertos    | 93  |
| 4.3 Conjuntos Fechados   | 95  |
| 4.4 Pontos de Acumulação | 99  |
| 4.5 Conjuntos Compactos  | 101 |

## CAPÍTULO V

|                                 |     |
|---------------------------------|-----|
| Funções, Limites e Continuidade | 107 |
|---------------------------------|-----|

## CAPÍTULO VI

|                                   |     |
|-----------------------------------|-----|
| Derivadas e a Integral de Riemann | 119 |
|-----------------------------------|-----|

|                                         |     |
|-----------------------------------------|-----|
| 6.1 Derivadas: Definição e Exemplos     | 121 |
| 6.2 Derivadas: Regras Operacionais      | 124 |
| 6.3 Derivadas: Regra da Cadeia          | 125 |
| 6.4 Derivadas: Interpretação Geométrica | 126 |
| 6.5 Derivadas: Interpretação Cinemática | 127 |
| 6.6 A Soma de Riemann                   | 127 |
| 6.7 Integral: Interpretação Geométrica  | 131 |

|                            |     |
|----------------------------|-----|
| Referências Bibliográficas | 134 |
|----------------------------|-----|