

# A VISUALIZAÇÃO NO ENSINO DA GEOMETRIA: PERSPECTIVAS PARA O ENSINO DO TEOREMA DE PITÁGORAS NO ENSINO FUNDAMENTAL

Edilane Esteves de Oliveira<sup>1</sup>  
Eduardo Gomes Fernandes<sup>2</sup>

## RESUMO

A visualização faz parte das atividades inerentes ao ser humano. O presente trabalho tem como foco verificar a importância exercida pela visualização no processo de ensino e aprendizagem da Geometria. Percebe-se a necessidade de investigação sobre a temática desde as observações dos Estágios Supervisionados. Sua execução aconteceu durante a prática de oficinas do Programa institucional de Bolsa de Iniciação à Docência, em uma turma de 9º ano do Ensino fundamental, realizada pela primeira autora. Optou-se pela aplicação de uma atividade que envolvesse em um primeiro momento, uma experiência visual aos alunos da demonstração do Teorema de Pitágoras, e posteriormente foram resolvidas algumas questões acerca do tema com uso do Datashow. Por fim, visando identificar e analisar os efeitos da atividade executada, utilizamos dados coletados a partir de um questionário aplicado aos alunos. Observou-se que a maioria dos alunos acham as aulas de Matemática pouco interessantes e cansativas. A grande maioria avaliou positivamente a forma como foi trabalhada a Geometria a partir da atividade proposta. Com a atividade de demonstração do Teorema de Pitágoras foi explorado na prática a importância exercida pela visualização no processo de ensino e aprendizagem. Ao aplicar as habilidades da atividade anterior, na resolução de questões projetadas, os alunos demonstraram que a partir da visualização analisaram melhor as características de cada questão. A aplicação do questionário oportunizou constante inquietação sobre a formação docente levando importantes contribuições no processo construtivo de conhecimento vivenciado pela primeira autora. Conclui-se que a visualização como ato de perceber e analisar é uma ferramenta valiosa no processo de ensino e aprendizagem da Geometria.

**Palavras Chave:** Visualização, Ensino de Geometria, Teorema de Pitágoras.

---

<sup>1</sup> Aluno(a) do Curso de Matemática – UFVJM Polo de Apoio Presencial – Minas Novas E-mail: edilaneesteves@yahoo.com

<sup>2</sup> Orientador(a) da Pesquisa – Diretoria de Educação Aberta e a Distância – EAD/UFVJM E-mail: eduardo.fernandes@ufvjm.com.br

## 1.0 Introdução

O presente artigo origina-se de uma preocupação sobre o processo de ensino e aprendizagem da Geometria no ensino fundamental.

A Geometria é a área da matemática que se empenha no estudo de medidas, formas e posições. Essa ciência favorece o raciocínio espacial e a visualização, conhecimento primordial para diferentes áreas, permitindo que o aluno desenvolva sua percepção e raciocínio geométrico. A escolha por tal objeto de estudo surgiu a partir da percepção de que a Geometria é ensinada na maioria das vezes mecanicamente, onde é destinada maior importância à parte teórica, transmitida aos alunos com leituras e exercícios cansativos desvalorizando a percepção concreta e a aplicabilidade de tais conceitos fora da sala de aula.

Nessa perspectiva Lorenzato (1995) enfatiza que a geometria é “apresentada aridamente, desligada da realidade, não integrada com as outras disciplinas do currículo e até mesmo não integrada com outras partes da própria matemática” (p.4).

A opção pelo tema de investigação foi delimitada durante as observações realizadas nos Estágios Supervisionados (ES) do Curso de Licenciatura em Matemática (ESI, ESII, ESIII) e durante a participação do PIBID<sup>3</sup>, momento em que a primeira autora teve a oportunidade de perceber a existência do ensino de geometria de forma tradicional.

Nesse sentido, durante a realização das atividades no Curso de Licenciatura em Matemática, a partir das percepções dos ES e das atividades no PIBID, definiu-se o objetivo desse trabalho, a saber: analisar a importância exercida pela visualização no processo de ensino e aprendizagem da geometria, em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental da Escola Estadual Presidente Costa e Silva na cidade de Minas Novas.

Para tanto, foi implementada uma sequência didática envolvendo o Teorema de Pitágoras em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental, em seguida foi aplicado um questionário para coleta de dados que serão apresentados nas análises.

---

<sup>3</sup> PIBID: Programa institucional de bolsas de iniciação a docência, é uma iniciativa para o aperfeiçoamento e a valorização da formação de professores para a educação básica, sob coordenação do Governo Federal.

## 2.0 Marco teórico

Ao considerar o objetivo intitulado na pesquisa em questão, assim como a importância de traçar o referencial teórico para confirmação do estudo, foi necessário um levantamento bibliográfico sobre a temática, elencando como primordial, alguns pontos de discussão: um pouco da História da Geometria, o Ensino da Geometria, a visualização no processo de construção do pensamento geométrico, já no quarto ponto é apresentada a importância da visualização no processo de ensino e aprendizagem da Geometria.

### 2.1 Um pouco da história da Geometria

Muitos autores têm se empenhado no estudo da geometria, entretanto sabe-se que esta ciência tem origens milenares, onde indícios históricos ressaltam o surgimento da Geometria a partir das necessidades humanas em resolver problemas práticos. Estima-se sua origem a 2000 a. C onde já era usada pelos babilônicos na demarcação de territórios, pouco tempo mais tarde os egípcios usavam-na como ferramenta em suas construções, no qual pode ser observado principalmente em suas pirâmides (BOYER, 1974).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) indicam que:

A Geometria é um dos ramos mais antigos da Matemática, que se desenvolveu em função de necessidades humanas. As civilizações da época pré-histórica utilizavam regras para medir comprimentos, superfícies e volumes, seus desenhos continham figuras geométricas em que a simetria era uma das características predominantes (p. 127).

Ao se tratar de história da geometria é merecido o destaque a aqueles que dedicaram seus estudos à temática, Santos (2009) aponta os principais estudiosos responsáveis pelo desenvolvimento da geometria:

- Tales de Mileto: atribui-se a ele os teoremas de que todo diâmetro é a bissetriz de uma circunferência, os ângulos na base de todo triângulo isósceles são iguais, na intersecção de duas retas paralelas e transversais formam segmentos proporcionais.
- Pitágoras de Samos: é atribuído o estudo do triângulo retângulo onde se diz hoje que no triângulo retângulo o quadrado da hipotenusa é igual a soma dos

quadrados dos catetos, e seus discípulos, dito Pitagóricos já conheciam certos poliedros regulares como o tetraedro, o cubo e o dodecaedro.

- Platão: refere-se à descoberta dos poliedros regulares, ditos Poliedros de Platão.
- Euclides: deve-se a ele a sistematização e ordenação lógica dos conhecimentos geométricos por volta de 300 anos a. C. Sua obra intitulada de “Os elementos” reuni treze livros onde boa parte de suas obras trata da Geometria Plana e Espacial no qual está integrada no ensino presentemente.

Um dos grandes precursores da estruturação dos conhecimentos geométricos e matemáticos, Euclides prova que não pode haver outros poliedros regulares além do tetraedro, octaedro, hexaedro, icosaedro e dodecaedro. Sua obra “Os Elementos” é considerada por muitos autores como ferramenta para a organização lógica geométrica. Porém a Geometria com princípios matemáticos norteadores deriva-se da análise da observação de formas e do espaço, no qual se completa como estrutura lógica.

## **2.2 O Ensino da Geometria**

O ensino da geometria abrange diferentes aspectos necessários para diferentes interpretações, seja no ambiente escolar ou fora dele, para que aconteça de forma a englobar essas particularidades para Rancan (2012), no ensino da geometria é importante basear o processo de aprendizagem em experiências vividas, com atividade de observação, manipulação e representação de objetos concretos, em conjunto com atividades de sistematização com conceitos, propriedades, teorema e axiomas.

Sobre as capacidades a serem desenvolvidas no ensino da geometria segundo os PCNs (1998), por meio dos conceitos geométricos, no Ensino Fundamental, espera-se que o aluno desenvolva um pensamento capaz de compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. Além do estudo das formas é proposto as noções de posição, localização de figuras e deslocamentos no plano e sistemas de coordenadas.

A partir do ensino da Geometria escolar, o discente é capaz de desenvolver o pensamento geométrico, necessário para o conhecimento e interpretação do mundo que o cerca. Lorenzato salienta a importância do ensino da Geometria (1995):

Para evidenciar a necessidade do ensino da Geometria escolar, parte-se do argumento de que sem este conteúdo um indivíduo jamais poderia

desenvolver o pensamento geométrico, o raciocínio visual, além de não conseguir resolver situações da vida com embasamentos geométricos. Não poderá, ainda, utilizar da geometria como facilitadora para compreensão e resolução de questões de outras áreas do conhecimento humano (p.5).

Porém, na contramão das indicações apontadas relativas à importância do ensino de geometria, percebe-se uma realidade em sala de aula que nem sempre é levada em consideração essa importância de ensinar a geometria. Pavanello (1993), em suas pesquisas, nos revela o gradativo abandono do ensino da Geometria, sobretudo após a promulgação da Lei de Diretrizes e Bases do Ensino de 1º e 2º Graus 5692/71<sup>4</sup>, onde era concedida às escolas a liberdade sob a decisão dos programas das diferentes disciplinas, oportunizando assim que os professores de matemática ao se sentirem incertos quanto ao ensino da geometria não a incluíam em sua programação, ou mesmo aqueles que decidiam ensiná-la deixavam para o final do ano letivo.

A geometria é de substancial importância para auxiliar o aluno no desenvolvimento do seu raciocínio, para isso segundo Lorenzato (1995) “além de bons materiais e saber usá-los corretamente é preciso que em sala de aula, o professor assuma a postura de orientador [...], ele não responderá ao aluno, mas o conduzirá à descoberta” (p. 11). Portanto, cabe ao professor prover metodologias que potencialize as capacidades criativas dos alunos, dando-lhes oportunidade de compreender a utilidade da Geometria em seu cotidiano, na matemática e em outras áreas.

### **2.3 A visualização na construção do pensamento geométrico**

A visualização na construção do pensamento geométrico, não esta relacionada apenas como o ato de ver usando o órgão sensorial, deve ser associada com outras habilidades como de perceber, representar, descobrir, criar, figurar, idealizar e enfim formar uma imagem na mente.

Para Santos (2009) o pensamento geométrico se desenvolve pela visualização do espaço e de suas formas, diretamente relacionado á maneira que se percebe e se interpreta o mundo a partir daí é possível atribuir particularidades para criação da imagem mental.

---

<sup>4</sup> A reformulação universitária fixada pela Lei 5540/68 juntamente com a Lei 5692/71 fazem parte dos atos dos Governos Militares que se inserem no poder a partir de 1964, a partir da necessidade de solucionar que o governo atravessava no período de 64 a 68.

Para efetiva evolução das habilidades necessárias para desenvolvimento do pensamento geométrico há que considerar-se aspectos importantes, Barbosa (2012) salienta que:

A visualização e a representação são inseparáveis, de suma importância para a formação do pensamento geométrico, a visualização pode ser entendida como um raciocínio baseado no uso de características visuais, espaciais, tanto mentais como física. (GUITIERREZ,1996 apud BARBOSA e FERREIRA,2012,p.07)

Sobre a importância da visualização como conceito importante na concretização do desenvolvimento do pensamento geométrico, Conte (2011) retrata o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico criado pelos Van Hiele<sup>5</sup>(1959), no qual propõem uma ordenação de cinco níveis de compreensão, relacionada às dificuldades que se apresentam na formação do pensamento geométrico:

- Na visualização os alunos ao perceberem o espaço apenas como algo que existe em torno deles reconhecem, descrevem, comparam e classificam figuras geométricas por sua forma como um todo, mas não identificam as propriedades existentes;
- No segundo nível, na análise, os alunos começam a reconhecer as características das figuras através da comparação e aprendem descrever as figuras simbolicamente, mas não conseguem comparar figuras ou propriedades das mesmas;
- Na ordenação ou dedução informal as definições tem significado no qual os alunos acompanham e formulam argumentos informais, de forma que conseguem estabelecer correlação de propriedades dentre das figuras e entre figuras.
- No nível da dedução formal os alunos iniciam o desenvolvimento de deduções mais longas de enunciados, capazes de construir demonstrações de mais de uma maneira e entender o significado da dedução, e o papel de termos não definidos, axiomas, postulados, teoremas e demonstrações;

---

<sup>5</sup> O modelo tem sua origem em 1957, nas dissertações de doutorado de Dina van Hiele-Geldof e Pierre van Hiele na universidade de Utrecht. O livro original, a partir do qual a teoria se desenvolveu chama-se Structure and Insight: A theory of mathematics education.

- Com o último nível, o rigor, o aluno é capaz de estudar geometrias não euclidianas, comparar sistemas diferentes e compreender demonstrações formais. (CONTE,2011,p.17-21)

No que tange o ensino da geometria em sala de aula, de acordo com os PCNs (1998) “por meio dos conceitos geométricos é que o aluno desenvolve o pensamento para que seja capaz de compreender, descrever e representar de forma estruturada, o mundo em que vive” (p.51). Para isso propõem objetivos para o desenvolvimento do pensamento geométrico utilizando de situações de aprendizagem, tais como as rodas de conversa, apresentações orais com uso de recursos visuais, oficinas e outros.

A construção do pensamento geométrico tem suas vertentes na visualização, ao construir imagens mentais a partir da observação, e se desenvolve ao aprender conceitos e realizar atividades de estudo do espaço.

#### **2.4 A visualização no processo de ensino aprendizagem da Geometria**

Vivemos num mundo cercado pelas formas geométricas, como ferramenta que podem ser utilizadas na formulação de problemas envolvendo o cotidiano. Desta forma, uma boa maneira de compreender a Geometria como parte do mundo em que vivemos é partido da observação e exploração do mesmo.

A visualização aparece então como “peça chave” deste trabalho. A palavra visualização, segundo o Dicionário da Língua Portuguesa, é o “ato ou efeito de visualizar” e ainda “colocação em evidência de uma maneira material, da ação e dos efeitos de um fenômeno” ou “apresentação no ecrã”, sob forma gráfica ou alfanumérica, dos resultados de um tratamento de informações. GUZMÁN (1996, *apud* COSTA 2000), descreve que a “visualização em matemática constitui um aspecto importante da atividade matemática onde se atua sobre possíveis representações concretas enquanto se descobrem as relações abstratas que interessam ao matemático” (p.16). DREYFUS (1990, *apud* COSTA 2000) indica que do ponto de vista da educação matemática, a visualização inclui duas direções “a interpretação e compreensão de modelos visuais e a capacidade de traduzir em informações de imagens visuais o que é dado de forma simbólica” (p. 119).

Nesse sentido, Rancan e Giraffa (2012) acredita que é possível alcançar uma aprendizagem satisfatória quando o aluno é estimulado sensorialmente, tomando os

recursos visuais como ferramenta para auxiliar a aprendizagem; para isso é preciso desenvolver nos alunos habilidades essenciais para leitura do mundo e solucionar problemas, como visualização, percepção e representação.

Em relação aos recursos visuais Santos (2009) considera que “a utilização de recursos visuais consiste em tomar materiais com apelo visual para fins didáticos” (p.35), e que através destes o aluno é estimulado sensorialmente tornando a aprendizagem mais satisfatória. Entre os diversos materiais didáticos visuais que servem como suporte para o ensino da Geometria destacam-se mosaicos, dobraduras, o computador, os diversos recursos naturais e do ambiente em que vivemos.

Porém, independente da opção pelo material didático escolhido pelo professor, para que se desenvolva uma aprendizagem significativa ao usar recursos visuais, é preciso que os professores estejam aptos quanto ao domínio dos recursos, ao conhecimento destes e reconheça sua proposta pedagógica, caso oposto, estes recursos podem acabar dificultando o processo de ensino e aprendizagem.

### **3.0 Objetivos gerais e específicos**

#### **3.1 Objetivos gerais**

Analisar a importância exercida pela visualização no processo de ensino e aprendizagem da geometria, em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental.

#### **3.2 Objetivos específicos**

- Descrever e analisar as particularidades da visualização no ensino do Teorema de Pitágoras;
- Descrever e analisar detalhadamente a proposta de atividade;
- Descrever e analisar os impactos da proposta de atividade, tendo em vista tanto os aspectos vivenciados pelos discentes que participaram da atividade, como também o processo formativo vivenciado pelo primeiro autor do presente artigo, enquanto responsável por ministrar a proposta de atividade.

### **4.0 Metodologia da pesquisa**

Esta pesquisa esta pautado em uma abordagem qualitativa, tendo como objetivo analisar a importância da visualização no processo de ensino e aprendizagem da geometria.

Para tanto, foi implementada uma atividade de Teorema de Pitágoras em uma turma do 9º Ano do Ensino Fundamental de uma escola pública estadual da cidade de Minas Novas (MG), no qual foram observados durante os Estágios Supervisionados, já a implementação da proposta aconteceu em um contexto de aulas de matemática por meio da participação do PIBID/UFVJM, ministrada pela primeira autora juntamente com o professor regente na referida turma, e uma integrante do projeto PIBID, que é composta por 36 alunos, sendo 15 do sexo masculino e 21 do sexo feminino, com idades entre 14 e 16 anos.

Tendo em vista tais indagações, o trabalho foi desenvolvido em três momentos:

#### **1º Momento: Aplicação de uma atividade relativa à demonstração do Teorema de Pitágoras**

No primeiro momento, optou-se pela aplicação de uma atividade que envolvesse os alunos de forma dinâmica em relação ao conteúdo, e proporcionasse uma experiência visual pertinente à demonstração do Teorema de Pitágoras. Para isso, optou-se pela atividade “Demonstração do Teorema de Pitágoras, sem cálculos” (MENDES,2014) encontrada no Blog Laboratório Sustentável de Matemática. Tal atividade demonstra a partir de análises que o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos, que foi adaptada e aplicada aos alunos. A aplicação da atividade ocorreu durante 01(uma) aula regular de 50 minutos, no turno matutino, no horário de aula de matemática do professor regente em um contexto de oficina do PIBID no dia 24 de outubro de 2017.

Antes de aplicar a referida atividade, foram apresentados aos alunos os objetivos da aplicação de tal proposta informando-os que se tratava de um projeto de pesquisa para conclusão do curso. Em seguida, foi apresentada a metodologia que seria usada para desenvolvimento das atividades, bem como os tipos de atividades que seriam trabalhadas.

Como forma de melhor adaptá-los à atividade, a turma foi dividida em quatro grupos, foi distribuído um exemplar das figuras, peças que compõem a demonstração, para cada grupo, como forma de proporcionar uma aprendizagem significativa, onde ao tocar e fazer a movimentação das figuras poderiam tirar suas próprias conclusões e fazer trocas de habilidades e dificuldades uns com os outros.

### **2º Momento: Discussão em grupo de exercícios relacionados ao Teorema de Pitágoras**

Com o intuito de contribuir e potencializar as experiências visuais trabalhadas na aplicação da atividade foi realizado um debate de exercícios relacionados ao Teorema de Pitágoras no mesmo dia do momento anterior. Neste momento houve a participação do professor regente, e uma integrante do projeto PIBID, auxiliando na condução das atividades.

Assim, foram apresentadas atividades com imagens relacionadas ao cotidiano dos alunos e que envolvesse o Teorema de Pitágoras, retiradas do livro didático<sup>6</sup> de matemática adotado pela escola. Para uma percepção ampla das atividades, optou-se pela projeção das mesmas em Datashow. Posteriormente, o professor regente solicitou que cada grupo indicasse um representante, sendo considerados a partir desse momento como alunos A, B, C e D, então foi solicitado que cada representante, após discussão no grupo, resolvesse uma das quatro atividades (Anexo II) apresentadas e explicasse o raciocínio utilizado pelo grupo.

No decorrer de cada explicação, o professor regente e a primeira autora realizaram intervenções, de modo a contribuir no entendimento de cada questão.

### **3º Momento: Aplicação de um questionário**

Para coleta de dados fez-se necessário aplicação de questionários (Anexo I) contendo questões abertas e fechadas, entregue aos alunos após a realização das atividades anteriores. Foi orientado que os alunos levassem o questionário para casa, que o mesmo fosse entregue no dia posterior, que respondessem com atenção e sinceridade o questionário e que não era necessária a identificação do mesmo. Ressalta-

---

<sup>6</sup> Projeto Teláris, Editora Ática, 9º Ano do Ensino Fundamental, Páginas 178-191.

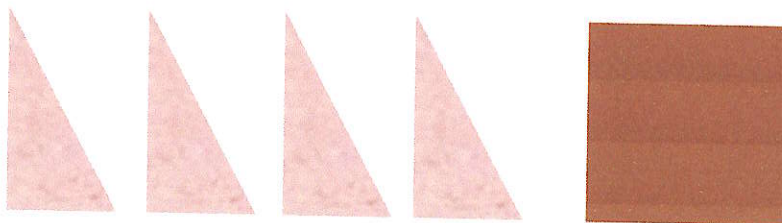
se que todos os 36 alunos responderam e trouxeram o questionário, que posteriormente foram analisados.

## **5.0 DESENVOLVIMENTO**

### **5.1 A proposta de atividade**

#### **5.1.1 Demonstração do Teorema de Pitágoras**

Preliminarmente foram apresentados aos alunos os objetivos da proposta de atividade, bem como a metodologia que seria usada na demonstração e aplicação das atividades, explicitando detalhadamente sobre as contribuições da referida proposta para o ensino e aprendizagem do Teorema de Pitágoras. Em seguida, foram apresentadas aos alunos as figuras (Figura 1) que iriam compor a demonstração, questionando-os sobre as características de cada figura, tais como medida dos ângulos, ângulos complementares e suplementares, áreas do triângulo e do quadrado, e por fim foi questionado se eles sabiam o que é o Teorema de Pitágoras e o que ele representa matematicamente.



**Figura 1: Figuras que compõem a demonstração**

Realizada a apresentação das figuras geométricas que compõem a atividade, foram iniciadas as atividades práticas, de forma interativa e dinâmica. Visando proporcionar um momento de discussão e troca de experiências entre os alunos, estes foram divididos pelo professor regente em quatro grupos. Após a divisão de grupos, as figuras geométricas (quatro triângulos retângulos – de 25 cm de altura e 20 cm de base, e um quadrado – lados iguais a 45 cm) construídas em papel color set, nas cores marrom e rosa, foram distribuídas aos grupos em exemplares iguais aos da Figura 1. E assim, foi solicitado aos alunos que distribuíssem os quatro triângulos (na cor rosa) de forma aleatória sobre o quadrado (na cor marrom) (Figura 2).

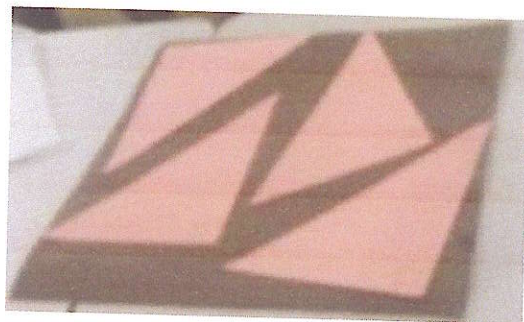
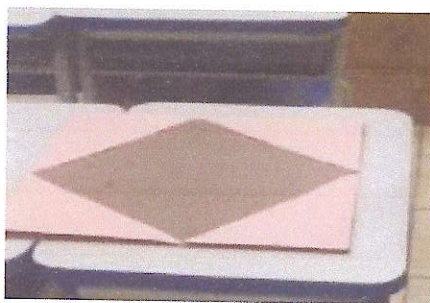


Figura 2: distribuição aleatória dos triângulos sobre o quadrado

Nesse momento, foi explicado aos alunos que a área de cada triângulo ocupada dentro do quadrado permanece a mesma, desde que os triângulos não ultrapassem as extremidades do quadrado e não se sobreponham, e que, da mesma forma, a área do quadrado também não é alterada.

Seguindo com a execução da atividade, com um exemplar da figura em mãos (Figura1) a partir de uma mesa organizada no centro da sala para que todos tivessem uma visão privilegiada, foi exposta uma reconfiguração das figuras geométricas. Sendo que, os triângulos retângulos foram distribuídos sobre o quadrado, de forma que os ângulos retos entre cada triângulo e o quadrado coincidiram e cada lado do quadrado tivesse a medida da soma dos catetos de um triângulo, assim cada lado coincidiu com um cateto maior e outro menor de dois a dois triângulos. Após a explicação foi solicitado que cada grupo representasse da mesma forma a organização apresentada.

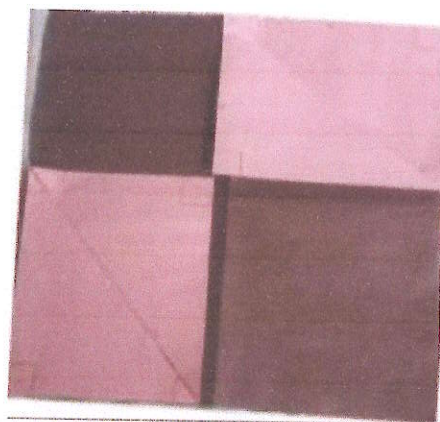
Após alguns questionamentos dirigidos aos alunos, foi demonstrado que a área destacada em marrom formava um quadrado de lados iguais às hipotenusas dos quatro triângulos, ou seja, que a área do quadrado pode ser representada pela hipotenusa ao quadrado. Ao discutirmos sobre os ângulos suplementares, observamos (autora e alunos) que os quatro ângulos do quadrado eram retos, pois ao montar os triângulos formou-se um ângulo raso, como na Figura 3, já que a soma dos ângulos de um triângulo é cento e oitenta graus, e neste caso um dos ângulos de cada triângulo é de noventa graus a soma dos outros demais também é noventa graus. Assim, ao ser formado um ângulo raso pelos dois ângulos dos triângulos e um do quadrado, conseqüentemente cada ângulo do quadrado é reto medindo noventa graus.



**Figura 3: Reconfiguração das figuras geométricas**

Ao analisarmos as figuras sob outra perspectiva como na Figura 4, observamos a formação de dois quadrados menores na cor marrom, com relação ao primeiro formado, cujas medidas dos lados um a um, eram iguais aos catetos dos triângulos, logo área de cada um deles é igual ao quadrado de cada um dos catetos.

Após a execução da atividade foi lembrado aos alunos que área ocupada pelos triângulos dentro do figurar maior, não muda desde que eles não coincidam uns com os outros. Portanto se ao formar o quadrado na Figura 3, em que sua área corresponde ao quadrado da hipotenusa, e na Figura 4 foi formado dois quadrados em que suas áreas correspondem ao quadrado dos catetos um a um; logo a área do quadrado da Figura 3 é igual à soma das áreas dos quadrados formados na Figura 4. Neste momento foi possível observar a satisfação no rosto dos alunos ao descobrirem eles mesmos à visualização do Teorema de Pitágoras, momento em que um aluno expressou “o quadrado formado pela hipotenusa é igual a soma dos quadrados formados pelos catetos”.



**Figura 4: Reconfiguração das figuras geométricas**

Dessa maneira, após a aplicação da atividade, constatou-se que a partir da utilização e representação das figuras geométricas manipuláveis foi possível explorar algumas ações e conceitos relacionados ao Teorema de Pitágoras, tais como:

- Compartilhar os saberes individuais e do grupo.
- Diagnosticar as dificuldades sobre as ideias e conceitos básicos relacionados ao Teorema de Pitágoras, ângulos e área.
- Traduções e generalizações dos conceitos acerca do uso da visualização como ferramenta no ensino da geometria.
- Construção do pensamento geométrico a partir da visualização e manipulação de figuras geométricas para aprendizagem do Teorema de Pitágoras.

Ao se trabalhar com demonstrações do tipo apresentado anteriormente, busca-se desenvolver no aluno o pensamento geométrico, através de atitudes como observar, tocar e analisar para tirar assim suas próprias conjecturas. Desta forma, percebeu-se que além das contribuições apresentadas anteriormente, foi explorado na prática a importância exercida pela visualização no processo de ensino e aprendizagem da geometria, do Teorema de Pitágoras e em especial a satisfação dos alunos ao perceberem que, a partir da atividade, formularam o referido teorema. Destaca-se também a relevante contribuição de atividades diferenciadas como essa, no processo construtivo de conhecimento vivenciado pela primeira autora, uma vez que expande as possibilidades de transmissão de conhecimento adquiridos durante a formação acadêmica da mesma.

### **5.1.2 Colocando em prática**

Como alternativa para consolidar os conceitos revisados na atividade anterior foi proposto aos alunos à resolução de forma oral de quatro exercícios que envolvem de forma prática o Teorema de Pitágoras. De maneira a aguçar a percepção dos alunos, essa atividade (Anexo II) foi introduzida com o uso do Datashow, com imagens para demonstração e comparação dos exercícios.

À medida que foram apresentadas aos alunos as questões a serem resolvidas, foram propostas pelo professor regente que elessem um representante para cada grupo, no qual foram nomeados aluno A, B, C e D onde seguidamente resolvessem e explicassem o raciocínio usado para cada questão. Após cada resolução e explicação do

raciocínio usado pelos alunos era apresentada a solução da questão, feita pela autora no Datashow e explicando novamente cada resolução.

No decorrer das atividades foi possível observar o empenho dos alunos do desenvolvimento das questões, eles mostraram-se interessados, curiosos e criativos, levando a concluir que, nesse caso, o uso de metodologias diferenciadas resultou em aulas proveitosas e dinâmicas. Ao aplicar as atividades do modo citado anteriormente percebeu-se que a partir da projeção em Datashow, os alunos analisavam os detalhes das imagens apresentadas para depois atribuir valores às figuras, demonstrando que a partir da visualização percebiam melhor as características de cada questão, ou seja, perceberam os valores atribuídos em cada caso para a montagem da resolução das questões.

Ao desenvolver a atividade com participação do professor regente, obteve-se maior segurança perante os alunos, e ao mesmo tempo contribui-se no processo de formação docente, uma vez que este se encontra em fase inicial.

## **5.2 Reflexões sobre os resultados decorrentes da proposta**

A reflexão feita acerca dos resultados apresentados seja por meio das falas dos alunos durante a participação nas atividades, ou por meio da resolução das atividades, são de suma importância para alcance dos objetivos propostos e para análise dos impactos da proposta aplicada.

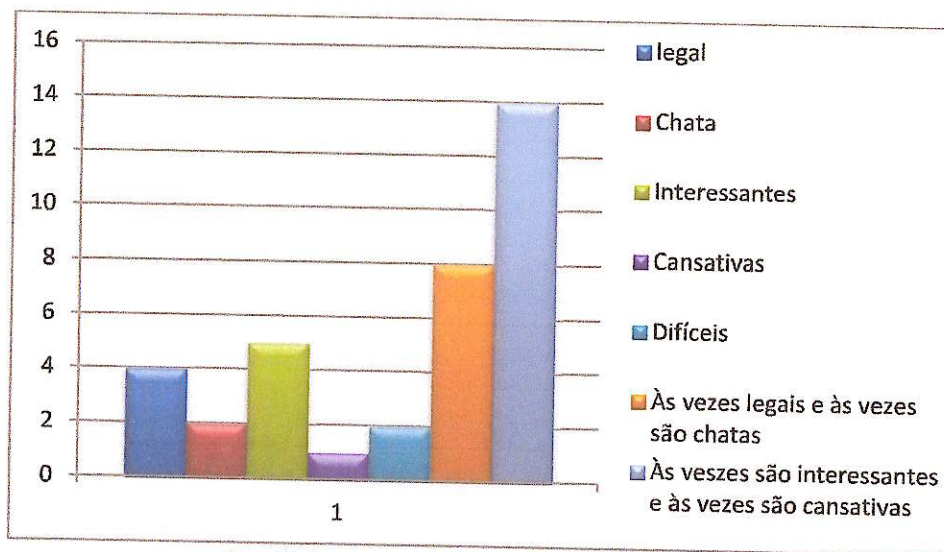
Desse modo, após o desenvolvimento das atividades propostas, foram solicitados aos sujeitos da pesquisa, neste caso os alunos, que respondessem em casa com atenção e sinceridade um questionário formado por sete questões, não sendo necessária a identificação do mesmo.

Dessa forma, as reflexões apresentadas abaixo, foram obtidas a partir da análise dos 36 questionários respondidos pelos alunos do 9º ano da Escola Estadual Presidente Costa e Silva. Após verificação das duas primeiras questões, constatou-se que a turma é composta por 36 alunos com idades distribuídas entre 14 e 16 anos, sendo 15 do sexo masculino e 21 do sexo feminino.

Na terceira questão “O que você acha das aulas de Matemática?” foi analisada a visão dos alunos com relação às aulas de matemática, que julgaram a princípio que eram “às vezes legais” e “às vezes chatas”. As opiniões da maioria dos alunos convergiram

para “às vezes são interessantes e às vezes são cansativas”, e ainda completaram que as aulas são mais interessantes quando a explicação acontece de forma clara, outros relataram que o professor interrompe as aulas várias vezes para chamar a atenção de alunos dispersos havendo uma grande perda de tempo, houve ainda alguns que relatam que são introduzidas muitas informações em um só dia.

*“Porque às vezes é muita coisa pra se aprenderem um dia só”  
 “há conteúdo que me interessa melhor que os outros”  
 “É interessante quando a explicação é feita de forma clara, quando se torna monótono fica cansativo”*



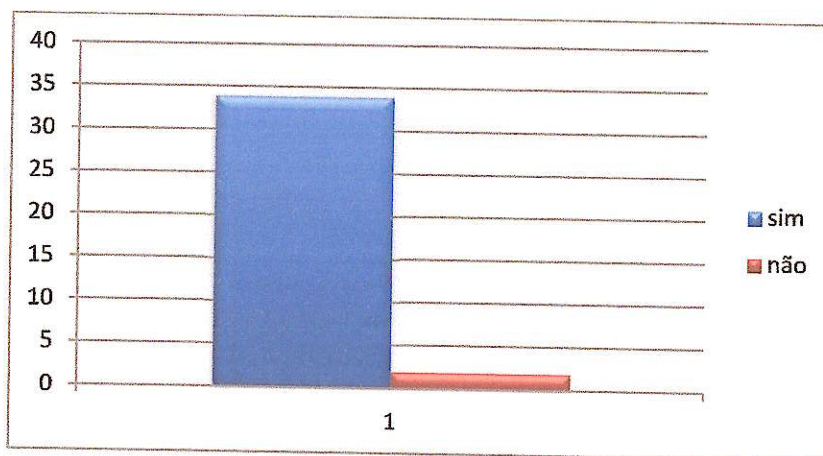
Questão 3: o que você acha das aulas de Matemática

A quarta questão trata da opinião dos alunos quanto à forma que foi demonstrado o Teorema de Pitágoras, a partir da manipulação de figuras geométricas e visualização do teorema. Verificou-se que 34 (trinta e quatro) alunos avaliaram positivamente a atividade, dizendo que foi possível visualizar e imaginar o teorema de forma prática e fácil. Segue alguns relatos:

*“Pois foi possível visualizar e imaginar melhor a situação”  
 “Porque eu achei prático e fácil de aprender”  
 “Pois sem cálculos foi possível perceber o porque que  $a^2=b^2+c^2$ ”*

Somente 02 (dois) avaliaram de forma negativa a proposta da atividade, ao dizer que onde expressaram:

*“Não gosto de geometria, por isso não gosto de atividades sobre o conteúdo.”  
 “Prefiro quando apresentado no quadro.”*



Questão 4: Vocês gostaram da forma como foi demonstrado o Teorema de Pitágoras

Ao avaliar a opinião dos alunos em relação à execução da atividade, percebe-se que ao trabalhar de forma diferenciada um conteúdo em sala de aula é possível despertar um maior interesse e envolvimento dos alunos e conforme apontado por Almeida (2016), “abrem-se as possibilidades de profunda alteração na pedagogia tradicional, o que não significa sua negação, mas um redimensionamento e uma dinamização alicerçados no procedimento de questionar à integração de novas ideias” (p. 19). Especificamente em relação à atividade executada, percebeu-se a preferência dos alunos por aulas diferenciadas e menos cansativas, recomendando o uso de recursos visuais como auxílio no entendimento dos conteúdos, segue o relato de alguns deles:

*“pois eu achei prático e fácil de aprender”*

*“Prefiro aprender com materiais diferentes do quadro e do livro”*

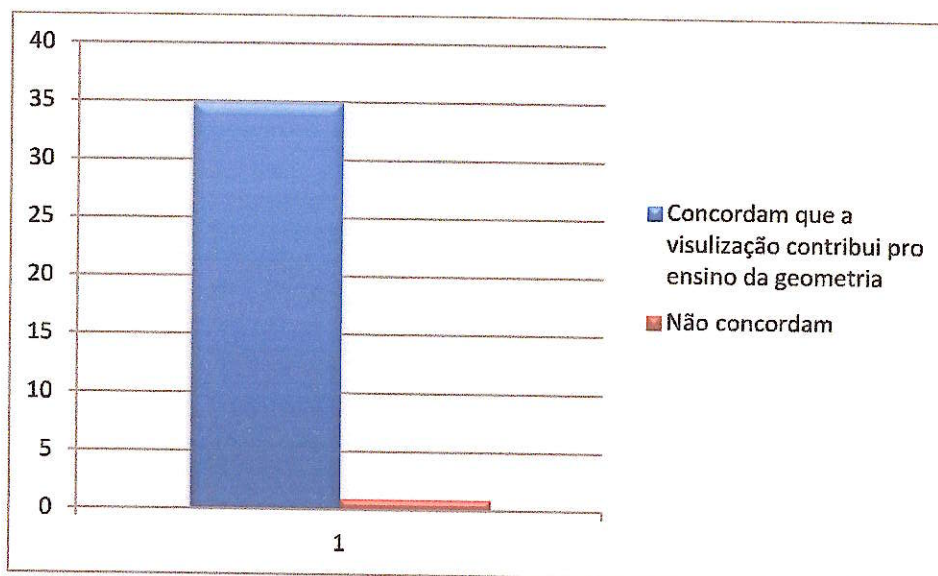
*“Gosto desse tipo de aula, pois aprendo melhor participando, e dessa forma canso menos, pois não fico somente assistindo o professor”*

Na quinta questão, buscou-se averiguar a opinião dos alunos quanto à contribuição do uso da visualização no processo de ensino e aprendizagem da geometria, sendo que 35(trinta e cinco) alunos concordaram que a utilização de recursos que favorecem o processo de visualização, pode sim contribuir no processo de ensino e aprendizagem da geometria.

*“Pois fica mais fácil compreender o que está sendo estudado.”*

*“ Porque nos ajuda a aprender mais rápido.”*

*“Pois é uma forma mais concreta para aprender.”*



Questão 5: A utilização da visualização contribui no processo de ensino e aprendizagem da geometria?

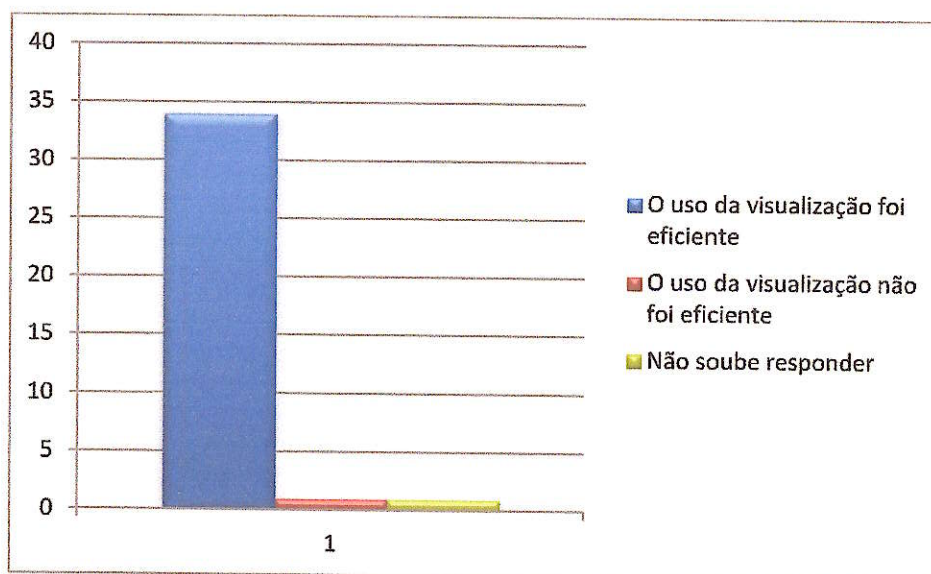
A sexta questão aborda a opinião dos alunos quanto à aplicação das questões com uso do Datashow onde mostraram as figuras relacionadas aos dados de cada exercício, sendo constatado que 01 (um) aluno não soube responder, outro aluno respondeu que não, pois não conseguiu identificar os dados necessários, e a maioria totalizando 34 (trinta e quatro) alunos responderam positivamente, descrevendo ser mais fácil retirar dados das questões e identificar os catetos e hipotenusa dos triângulos formados nas imagens, relatando ser mais fácil o entendimento com utilização de recursos visuais no ensino.

*“Sim, pois facilitou muito o entendimento.”*

*“Dessa forma é mais fácil para o entendimento de todos.”*

*“Ao observar o problema de outra forma, sem o livro, ajudou no entendimento dos dados das questões.”*

Logo, nota-se que o uso da visualização pode possibilitar inúmeras vantagens para alunos e professor, conforme expressado por Santos (2011) “a visualização, favorece a desenvolvimento de capacidades espaciais e contribuem para a construção do pensamento geométrico , conferindo a Geometria dinamismo, criatividade e significado real permitindo uma melhoria na aprendizagem dos conteúdo” (p.26).



Questão 6: A utilização da visualização, por meio das figuras foi suficiente no auxílio a compreensão das atividades que envolvem o Teorema de Pitágoras

Por fim, na última questão buscou-se analisar a opinião dos alunos quanto à forma que gostariam de aprender matemática. Pode-se averiguar que a maioria dos alunos gostaria de aulas dinâmicas, criativas que utilizassem recursos além do livro didático, que os estimulem a participar e gostar da disciplina, indo ao encontro às mudanças pedagógicas indicadas por VALENTE (1999):

A mudança pedagógica que todos almejam é a passagem de uma educação totalmente baseada na transmissão da informação, para a criação de ambientes de aprendizagem nos quais o aluno realiza atividades e constrói o seu conhecimento (VALENTE, 1999, p. 29, apud ALMEIDA, 2016).

Tais mudanças pedagógicas foram indicadas por alguns alunos, no sentido de mudança das aulas tradicionais para aulas diferenciadas, de maneira que sejam mais interessantes e menos cansativas, sendo destacado por alguns o uso da informática como ferramenta para dinamizar alguns conteúdos “chatos” de aprender, como destacado em alguns trechos abaixo:

*“Utilizando outros recursos além do livro, como o PowerPoint, visualização, com aulas práticas e mais trabalhos em grupos”*

*“Com mais dinâmicas para facilitar o aprendizado de quem tem dificuldade”*

*“De formas criativas, com materiais (como os apresentados) e dinâmicas”*

A experiência vivida durante a aplicação e análise do questionário possibilitou constante inquietação no que diz respeito à formação e o ser docente, já que para que haja bons resultados é preciso ir além da formação, é necessário compreender melhor a natureza dos problemas vivenciados em sala de aula e as estratégias metodológicas necessárias para otimizar o ensino e aprendizagem.

Conclui-se que ao adotar a visualização como ferramenta do processo de ensino e aprendizagem da Geometria é possível desenvolver nos alunos habilidades necessárias para o desenvolvimento do pensamento geométrico, formação da imagética<sup>7</sup> e entendimento do Teorema de Pitágoras, de forma dinâmica e participativa, onde se observou a constante atuação dos alunos. Assim, a partir da análise do questionário, foi possível perceber o impacto positivo da aplicação da atividade relacionada à demonstração do Teorema de Pitágoras, bem como da forma adotada para resolução de alguns exercícios, ao utilizar recursos que favoreceram o processo de visualização no ensino.

## **6.0 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Neste trabalho foi analisada a importância da visualização no processo de ensino e aprendizagem da geometria, mais especificamente suas contribuições na demonstração do Teorema de Pitágoras, por meio da demonstração sem cálculos do referido teorema e por meio de atividades que favorecessem o aspecto visual.

Tendo como cenário a escola, campo de realização das atividades do PIBID e como sujeitos os alunos do 9º ano, procurou-se, neste artigo oferecer uma resposta à questão: De que forma a visualização pode contribuir no processo de ensino e aprendizagem do Teorema de Pitágoras com alunos do 9º Ano Ensino Fundamental?

No trabalho realizado relativo à demonstração do Teorema de Pitágoras a partir de figuras geométricas foi possível explorar na prática as contribuições provenientes da visualização no processo de ensino e aprendizagem. Particularmente, observou-se a satisfação dos alunos ao perceberem que puderam formular o referido Teorema, em que

---

<sup>7</sup> Estruturas abstratas e genéricas advindas da dinâmica da imagem; caracterizada pela observação humana. Diz respeito a muitos aspectos da atividade do ser humano no espaço, tais como: orientação, movimento, equilíbrio, forma etc.

a visualização tornou-se ferramenta de extrema importância na compreensão da demonstração do Teorema de Pitágoras.

No processo formativo vivenciado pela primeira autora ao aplicar as atividades, pode-se destacar as potencialidades de metodologias diferenciadas quando bem aplicadas em sala de aula, onde se abre um leque de possibilidades necessárias ao processo de aprender a ser professor.

A partir da análise do questionário, constatou-se que os alunos preferem aulas dinâmicas e que envolvam materiais diferenciados, avaliando positivamente a proposta de intervenção com o uso da visualização e acharam eficiente o uso do Datashow para projeção dos exercícios, sendo que os alunos avaliaram negativamente as aulas tradicionais, com uso apenas do livro didático.

Um procedimento para melhoria do ensino não somente da geometria, mas também dos demais conteúdos estudados em matemática, seria a preparação do docente para o uso de outros recursos, de modo que tenha domínio, planejamento e organização para que haja controle sobre as potencialidades oferecidas por esse tipo de metodologia, de forma a adaptar-se às mudanças sociais e oferecer ao estudante uma aprendizagem de qualidade.

## 7.0 REFERENCIAS

ALMEIDA, Hebert Alves. **Investigando uma proposta de intervenção por meio do uso da informática no ensino na matemática: o estágio supervisionado como espaço de reflexão.** Minas Novas: UFVJM, 2016. 30 f. Licenciatura em Matemática, Diamantina, 2016.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Minidicionário da Língua Portuguesa.** Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2001, 5ª Edição, p. 764.

BARBOSA, Cirléia; FERREIRA, Ana Cristina. **O pensamento geométrico em movimento: o caso de Marta.** In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 2012. Petrópolis: SIPEM, 2012.

BOYER, Carl Benjamin, 1906 – **História da matemática:** tradução: Elza F. Gomine. São Paulo, Edgard Blucher, Ed. da Universidade de São Paulo, 1974. 01-17.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** (3º e 4º ciclos do ensino fundamental). Brasília: MEC, 1998.

COSTA, Conceição. **Visualização, veículo para a educação em geometria.** In: Encontro de Investigação em Educação Matemática, 9., Fundão, Portugal, 2000. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 2000. p. 157-184.

CONTE, Katilene Grilo. **Um olhar sobre o ensino e aprendizagem da geometria.** Porto Alegre: UFRS, 2011. 69 f. Dissertação(Licenciatura em Matemática) - UFRS. Porto Alegre 2011.

MENDES,D. Laboratório Sustentável de Matemática [Internet]. Rio de Janeiro: 2014                      Mai.                      Disponível                      em:  
[http://www.laboratoriosustentaveldematematica.com/2014/05/sugestao-de-pratica-de-laboratorio\\_3740.html](http://www.laboratoriosustentaveldematematica.com/2014/05/sugestao-de-pratica-de-laboratorio_3740.html)

LORENZATO, Sergio Aparecido. In: **A Educação Matemática em Revista.** Blumenau: SBEM, ano III, n. 4, 1995, p.3-13.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. **Revista Zetetiké**, Campinas, a.1, n. 1, p.7-17, 1993.

SANTOS, Cristiane de Oliveira. **A importância da visualização no ensino da geometria plana e espacial**. UEG, 2009. 49 f. Licenciatura em Matemática, Jussara, 2009.

SOUZA, J. P. V.; SANTOS, P. E. S.; SILVA, H. R.; BARCELOS, G.T. **Seções prismas: A importância da visualização na geometria**. In: X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 2010. Salvador. Salvador: COMUNIDADE CIENTÍFICA, 2010.

RANCAN, Grazielle; GIRAFFA, Lucia Maria. Utilizando manipulação, visualização e tecnologia como suporte ao ensino de geometria. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, Porto Alegre, v.3, n.1, p. 15-27, jan/jul 2012.

## ANEXO I- QUESTIONARIO COM ALUNOS

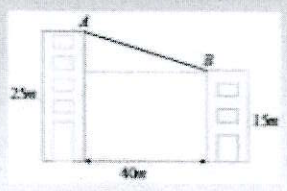
Caro(a) aluno(a),

Como você, eu também sou estudante. Porém estou estudando para me tornar professora e gostaria de conhecer um pouco mais sobre o que pensam os alunos. Isso pode ajudar na minha formação. Não é preciso escrever seu nome nesta folha, apenas responder com sinceridade às perguntas. Muito obrigada!


- 1) Idade: \_\_\_ anos
- 2) Sexo: ( ) feminino ( ) masculino
- 3) O que você acha das aulas de Matemática?  
( ) legais ( ) Chatas ( ) interessantes ( ) cansativas ( ) difíceis  
( ) às vezes são legais e às vezes são chatas  
( ) às vezes são interessantes e às vezes são cansativas  
Explique sua resposta: \_\_\_\_\_
- 4) Vocês gostaram da forma como foi demonstrado o Teorema de Pitágoras?  
( ) sim ( ) não  
Por quê? \_\_\_\_\_
- 5) Você acha que a utilização da visualização contribui no processo de ensino e aprendizagem da geometria?  
( ) sim ( ) não  
Por quê? \_\_\_\_\_
- 6) A utilização da visualização, por meio das figuras foi eficiente no auxílio a compreensão das atividades que envolveram o Teorema de Pitágoras?  
( ) sim ( ) não  
Por quê? \_\_\_\_\_
- 7) Como vocês gostariam de aprender matemática?  
-  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

## ANEXO II – ATIVIDADES APLICADAS COM O DATASHOW

Um ciclista acrobático vai atravessar de um prédio a outro com uma bicicleta especial percorrendo a distância sobre um cabo de aço, como demonstra o esquema a seguir:



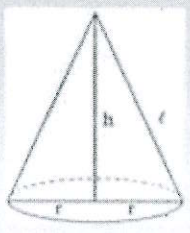
Qual é a medida mínima do comprimento do cabo de aço?



Pelo Teorema de Pitágoras temos:

$$x^2 = 10^2 + 40^2$$
$$x^2 = 100 + 1600$$
$$x^2 = 1700$$
$$x = 41,23 \text{ (aproximadamente)}$$

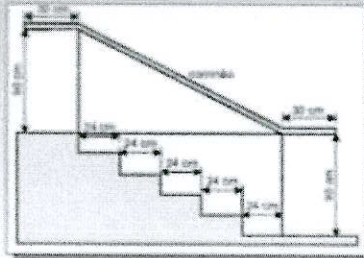
No cone abaixo, a altura mede 20 cm e o diâmetro da base mede 10 cm. Calcule a medida de  $l$ .



Se o diâmetro mede 10 cm, então o raio mede 5 cm. Utilizando o teorema de Pitágoras, podemos calcular a medida de  $l$ . A altura é um dos catetos, o raio é o outro cateto e  $l$  é a hipotenusa.

$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$l^2 = 20^2 + 5^2$$
$$l^2 = 400 + 25$$
$$l = \sqrt{425}$$
$$l = 20,61 \text{ cm}$$

O esquema abaixo representa o projeto de uma escada de 5 degraus com mesma altura.



De acordo com os dados da figura, qual é o comprimento de todo o corrimão?

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 90^2 + 120^2$$

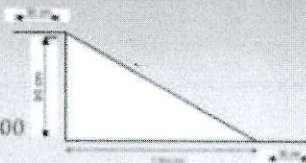
$$c^2 = 8100 + 14400$$

$$c^2 = 22500$$

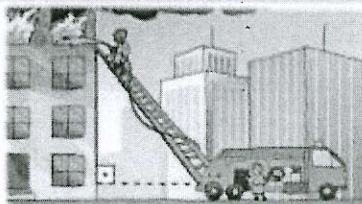
$$c = \sqrt{22500}$$

$$c = 150$$

$$\text{corrimão} = 150 + 30 + 30 = 210\text{cm}$$



Durante um incêndio num edifício de apartamentos, os bombeiros utilizaram uma escada Maehrus de 10 m para atingir a janela do apartamento em chamas. A escada estava colocada a 1 m do chão, sobre um caminhão que se encontrava afastado 6 m do edifício. Qual é a altura do apartamento em relação ao chão?



$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$10^2 = a^2 + 6^2$$

$$a^2 = 100 - 36$$

$$a^2 = 64$$

$$a = \sqrt{64}$$

$$a = 8$$

$$\text{altura} = 8 + 1 = 9\text{m}$$

